

Usinage 5 axes : les défis

des systèmes de FAO et des utilisateurs

Robert Endl et Jeffrey Jaje

Sescoi R&D, Responsable de Service, Neu-Isenburg, Allemagne et SESCOI USA, Ingénieur – Marketing, Southfield, Michigan, E-U

► Résumé

L'utilisation d'outils courts est une caractéristique clé de l'usinage 5 axes. Elle réduit significativement la flexion de l'outil, permet une meilleure qualité des surfaces, évite les retouches et limite considérablement le nombre d'érosions par électrode. Dans un même temps, les exigences envers les systèmes de FAO ne cessent de croître. Le contrôle et l'évitement des collisions, notamment, sont des tâches complexes qui prennent du temps. La détection d'une collision à un point et un angle d'inclinaison donnés est importante, mais inutile si la collision ne peut pas être évitée. L'évitement automatisé des collisions sur un parcours tout en conservant la dynamique de la machine et en respectant les limitations données sont des défis importants pour les systèmes de FAO actuels.

Bien que les machines 5 axes et les systèmes de FAO avec des fonctionnalités 5 axes existent depuis de nombreuses années, ce n'est que depuis peu que les deux sont utilisés pour la fabrication de moules et de matrices. Les défis auxquels sont confrontés les programmeurs en FAO 5 axes impliquent plus que la création de parcours de FAO 5 axes sans collision. Les utilisateurs doivent en permanence tenir compte de la finition des surfaces. Ils doivent connaître les temps d'exécution machine et savoir que des options qui peuvent sembler mineures pendant la programmation peuvent entraîner des différences importantes entre les temps d'exécution réels et théoriques.

Les programmeurs ne doivent pas uniquement prendre en compte les temps de calcul des parcours, mais également les temps de calcul du contrôle des collisions, par rapport à tous les temps de programmation.

► 1. Introduction

L'évolution de la technique des commandes numériques et de l'usinage a commencé dans les années 50 au MIT (Massachusetts Institute of Technology, E-U) quand l'armée américaine a demandé des pièces fabriquées dans la masse. Les premières machines ne pouvaient travailler alors qu'en 3 axes. Dans les années 60 puis 70, l'utilisation des techniques à circuits intégrés ont rendu les

contrôleurs plus fiables et plus petits jusqu'à l'apparition des commandes numériques à microprocesseur. Du côté des contrôleurs, sont apparues dans les années 80 les interfaces utilisateurs graphiques suivies des premiers systèmes de FAO qui ont permis une productivité beaucoup plus élevée ainsi que l'usinage de surfaces complexes. Partant de l'usinage 3 axes, les systèmes de FAO sont passés à l'usinage 3+2 axes puis à l'usinage 5 axes simultané. Les besoins actuels en automatisation pour une productivité plus élevée ont conduit à de fortes exigences envers les systèmes de FAO. Notamment en ce qui concerne l'usinage 5 axes, qui exige une collaboration étroite entre le système de FAO, la cinématique de la machine et le contrôleur. Les défis des systèmes de FAO concernant les facteurs techniques et ce que cela implique pour l'utilisateur sont décrits dans ce livre blanc.

Le chapitre 2 décrit les avantages et les inconvénients de l'usinage 3 axes, 3+2 axes et 5 axes et montre que l'usinage 5 axes est étroitement lié à la cinématique de la machine. Différents types de stratégies 5 axes sont traités dans le chapitre 3. Le chapitre 4 décrit quant à lui les problèmes de contrôle et d'évitement des collisions. Le module Auto5 de SESCOI est présenté dans le chapitre 5 et constitue une solution automatique pour le calcul de parcours sans collision tout en tenant compte de la machine. La manière dont est prise en compte la machine pendant le calcul fait l'objet du chapitre 6. Bien que l'usinage 5 axes ouvre de nouveaux horizons et est à l'origine de nouveaux styles d'usinage, les utilisateurs sont confrontés dans un même temps à de nouveaux défis.

C'est ce que traitera le chapitre 7. Le chapitre 8, enfin, contient des exemples et des études de cas. Une conclusion est faite dans le chapitre 9.

► 2. De l'usinage 3 axes à l'usinage 5 axes

Les parcours 3 axes [2, 3, 5] sont suffisants tant que la pièce n'est pas trop profonde par rapport au diamètre de l'outil. Si la pièce est très profonde et présente des cavités étroites, l'utilisation d'un simple parcours 3 axes n'est pas suffisante pour réaliser la finition complète de la pièce. En particulier si l'usinage se fait sur des matériaux durs, l'utilisation d'outils longs entraîne une mauvaise qualité des surfaces et des temps d'usinage longs. La fig.1 illustre le cas pour un parcours 3 axes. Ici, la longueur minimale de l'outil doit être très importante pour atteindre toutes les zones verticales du parcours. Pour cette raison, la broche est inclinée de façon à permettre l'usinage d'une zone spécifique de la pièce avec un outil plus court. Le procédé consistant à définir un angle

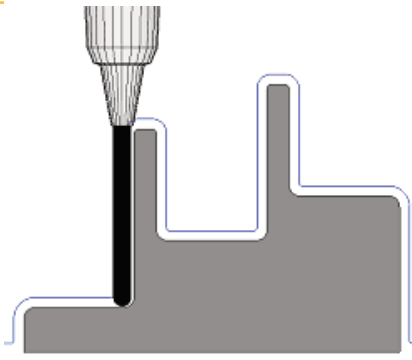


Fig. 1 Parcours 3 axes

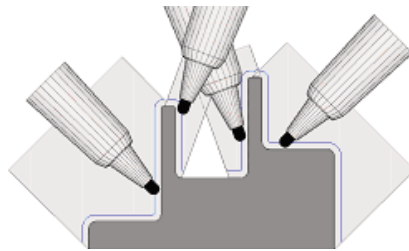


Fig.2 Parcours 3+2 axes

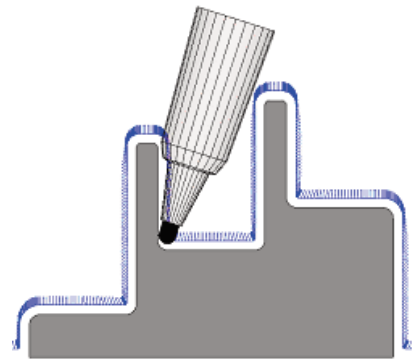


Fig.3 Parcours 5 axes

constant pour la broche est l'usinage 3+2 axes. Quand les pièces sont complexes, il est fréquent de devoir définir une douzaine de vues pour couvrir complètement toute la pièce. Les parcours obtenus doivent se recouvrir, ce qui entraîne non seulement un prolongement du temps d'usinage, mais également des difficultés dans le recouvrement parfait des différentes vues d'usinage. En même temps, le nombre d'engagements et de dégagements augmente considérablement, occasionnant des problèmes de qualité des surfaces et davantage de mouvements de l'outil. Enfin, ce type de programmation est particulièrement difficile pour l'utilisateur et souvent la somme de toutes les vues ne couvre pas toute la géométrie.

La fig.2 montre quatre vues de la pièce. Il reste toutefois une zone non couverte au centre de la pièce. Il faudrait des vues supplémentaires pour cette zone où celle-ci doit être érodée. En résumé, il est clair qu'il est possible d'usiner la pièce avec un outil plus court, mais à un prix plus élevé. Il faut définir de nombreuses vues qui se recouvrent, ce qui occasionnent des problèmes de qualité des surfaces en raison du nombre plus élevé d'engagements et de raccords machine. La programmation prend du temps, nécessite une intervention manuelle et est source d'erreurs.

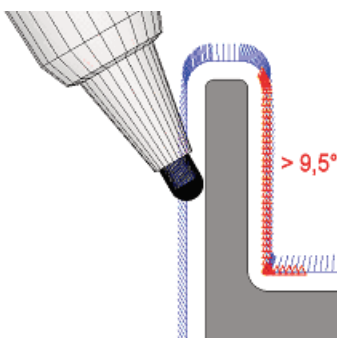


Fig.5 La limite angulaire de 9,5° entraîne l'arrêt immédiat de la DMC 75V.

Afin d'éviter les inconvénients de l'usinage 3+2 axes, de nouvelles stratégies de parcours d'usinage 5 axes simultanés ont été mises au point [1, 3, 10]. L'usinage 5 axes simultané intègre simultanément les 3 axes linéaires ainsi que les 2 axes de rotation. Il résout tous les problèmes de l'usinage 3+2 axes. L'outil peut être

très court, il n'est pas nécessaire de générer des vues qui se recouvrent, la probabilité d'oublier une zone est beaucoup plus faible et l'usinage peut s'effectuer en continu sans engagement ni dégagement supplémentaires (fig.3).

Toutefois, l'usinage 5 axes ne règle pas les problèmes de l'usinage 3+2 axes. Ceux-ci sont simplement transférés du programmeur au système de FAO. Cela paraît raisonnable et présente de nombreux avantages pour l'utilisateur. Le système de FAO WorkNC (Sescoi) a même développé des stratégies 5 axes "à bouton unique" pour générer un parcours sans collision entièrement automatique. Les utilisateurs actuels disposent de cette option, mais c'est plus complexe en réalité. Un parcours 5 axes qui fonctionne très bien sur une machine spécifique peut fonctionner moins bien sur une autre machine. Les raisons en sont multiples et vont des propriétés cinématiques de la machine aux paramètres du contrôleur. Par conséquent, la machine proprement dite doit être prise en compte pendant la programmation [7, 11,12]. De ce fait, il est important que le programmeur sache à l'avance quelle machine sera utilisée pour l'usinage de la pièce.

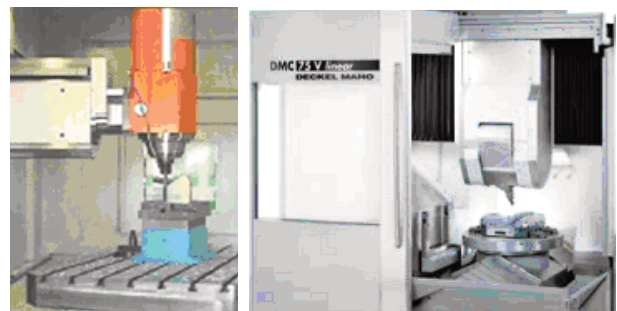


Fig. 4 Les machines 5 axes Auerbach IA 5 B et DMC 75V

Un parcours sans collision au niveau de l'outil et du porte-outil peut ne pas pouvoir être usiné sur une machine quelconque. Très souvent, les machines 5 axes sont limitées au niveau de leurs axes de rotation.

Les deux machines 5 axes suivantes, la Auerbach IA 5 B de Auerbach et la DMC 75V de DMG (fig.4), en sont des exemples: La machine Auerbach a une limite au niveau de l'angle d'inclinaison de $[-95^\circ, 95^\circ]$ et la machine DMG de $[-110^\circ, 9,5^\circ]$: Si on prend l'exemple du parcours 5 axes de la fig.3., on constate que la

machine Auerbach n'a aucun problème pour l'exécuter. Par contraste, nous constatons que la DMC 75V rencontrera un problème lorsque l'angle d'inclinaison négatif de -30° le long de la paroi verticale traversera la verticale en haut et passera en inclinaison positive. Lorsque la limite de $9,5^\circ$ sera atteinte, la machine s'arrêtera immédiatement (fig.5). Tous les angles au-dessus de $9,5^\circ$ seront marqués d'un triangle rouge et entraîneront l'arrêt de la machine.

L'exemple montre que pour une solution automatique, la machine doit être connue et prise en compte pendant le calcul. Il ne suffit pas de prendre la machine en compte au niveau du post-processeur. Le chapitre 6 traite plus en détails des stratégies permettant d'éviter les limites angulaires et de résoudre les problèmes qu'elles posent.

► 3. Stratégies pour les parcours 5 axes

Les systèmes de FAO actuels offrent un éventail de parcours 5 axes. Le problème général de l'usinage 5 axes simultanés est que les cinq axes offrent simplement trop de liberté. Les deux degrés de liberté des inclinaisons des axes permettent pour n'importe quelle position du parcours un nombre infini de valeurs d'inclinaison correctes sans collision mais qui sont complètement différentes. Il est important de trouver les angles optimums. Par conséquent, tout système de FAO nécessite des paramètres de la part de l'utilisateur pour définir des contraintes au processus de création du parcours. La fig.6 montre l'exemple d'un parcours de finition par niveau simple autour d'un hémisphère. Chacun des trois parcours 5 axes a été généré avec une contrainte différente. Le premier est généré en normal à la surface, le deuxième en direction d'un point d'attraction sur une ligne de centre au-dessus de l'hémisphère et le troisième utilise un carré comme courbe directrice. L'exemple montre non seulement que les contraintes sont nécessaires, mais qu'elles doivent être définies avec le plus grand soin. Les contraintes deux et trois ne seront probablement jamais usinées car elles n'ont aucune utilité du point de vue de l'usinage.

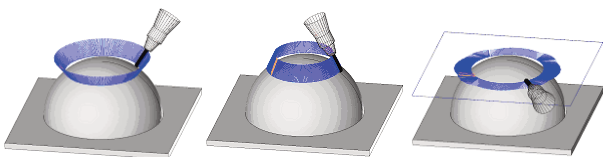


Fig. 6 La liberté du choix d'usinage en 5 axes est, à la fois, un avantage et un désavantage.

La question reste la suivante :
Quelle est la contrainte correcte ?
La réponse est simple : Ca dépend !

Les facteurs sont la machine proprement dite avec ses limitations angulaires et sa capacité physique à exécuter des parcours d'usinage 5 axes simultanés. De

même, le matériau utilisé, la qualité des surfaces, la stratégie 5 axes et l'outil disponible influencent les contraintes de l'utilisateur.

En général, on distingue les principaux types de stratégies 5 axes suivants :

Normal à la surface : L'outil suit le côté normal à la surface.

Angle constant : Tout axe fait partie d'un cône ayant un angle constant. L'autre degré de liberté provient du côté normal à la surface ou de l'entité directrice (par ex. un point ou une courbe).

Guidé : La distance la plus courte vers une entité directrice (par ex. un point ou une courbe) définit l'axe d'inclinaison.

Spécifique à la surface : Les contraintes sont données par la surface elle-même. Les parcours d'usinage roulant où l'outil roule le long d'une surface réglée ou les stratégies pour les tubes et les turbines en sont des exemples.



Fig. 7 Il est rare d'usiner une pièce avec l'outil strictement normal aux surfaces.

Du point de vue de l'utilisateur, il lui suffit de choisir une stratégie (en fonction de ce qui convient le mieux selon lui) et d'exécuter le calcul. Pendant le calcul, il peut arriver qu'une contrainte ne puisse pas être conservée sur toute la surface. La stratégie normale à la surface (fig.7) en est un exemple.

Ici le parcours monte d'un plan bas vers une boîte. Les normales réelles sont représentées dans l'image de gauche.

Il est clair qu'un usinage direct n'est pas possible, car la différence angulaire est trop importante aux deux positions et certains points occasionneraient des collisions avec le porte-outil. Pour pouvoir usiner ce parcours en douceur, il faut supprimer temporairement la contrainte de normal en permettant l'anticipation et la post-compensation des changements d'angle.

La fluidité d'un parcours 5 axes est très importante pour l'efficacité sur la machine. Lisser un parcours signifie généralement supprimer localement ses contraintes. De plus, le procédé d'évitement des collisions a le même effet. Les contraintes ne peuvent

pas être maintenues si le porte-outil doit éviter une collision. Dans la mesure où on utilise généralement des outils boules pour l'usinage des parcours 5 axes, une légère modification de l'angle d'inclinaison ne pose pas de problème.

► 4. Contrôle et évitement des collisions

Pour un système de FAO, le défi le plus important n'est pas les mouvements de l'outil lui-même, mais plutôt la création d'un parcours 5 axes sans collision fluide et qui fonctionne sur toutes les machines [1, 4, 6-9, 11, 12]. Une variation en douceur des axes tout en anticipant la cavité suivante ou le coin suivant est très importante pour la machine et la qualité des surfaces. La tâche pour chaque position de collision peut être facilement esquissée :

- Trouver une position sans collision (respecter toutes les contraintes si possible).

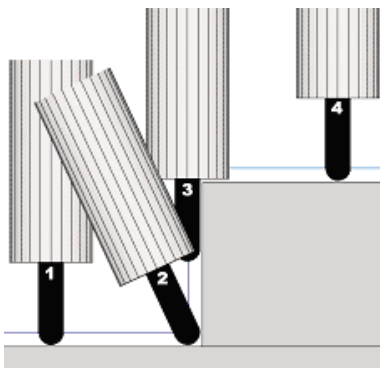


Fig.8 Positions sans collision du parcours.

- Seules les petites variations douces sont autorisées. L'exemple dans la fig.8 montre un parcours simple et quatre positions sans collision. Lorsque l'outil à la position 1 approche du mur vertical, il doit être de plus en plus incliné jusqu'à ce qu'il atteigne la position 2. La position 3 est critique, car si l'outil monte à partir de 2, il y a une grande inclinaison lorsque le porte-outil atteint le haut du mur. Ici, la position sans collision peut être immédiatement de nouveau verticale, ce qui est loin d'être doux. En conséquence, le grand changement d'inclinaison doit être réparti en douceur autour de la position 2.

Pendant la répartition des inclinaisons sur une zone d'un parcours, il faut s'assurer de ne pas générer de nouvelles collisions là où il n'y en avait pas auparavant. Ce procédé qui consiste à trouver en permanence les positions sans collision, à répartir en douceur l'inclinaison et garantir ainsi qu'aucune collision n'est générée ailleurs est une tâche complexe, qui prend du temps, et qui convient idéalement aux ordinateurs.

► 5. Conversion automatique des parcours 3+2 axes en parcours 5 axes (Auto5)

Dans la mesure où les parcours 3+2 axes sont bien compris et qu'ils existent depuis des années avec un large éventail de stratégies, la question se pose quant à savoir si l'on peut les modifier pour l'usinage 5 axes. La tâche nécessaire est exprimée simplement :

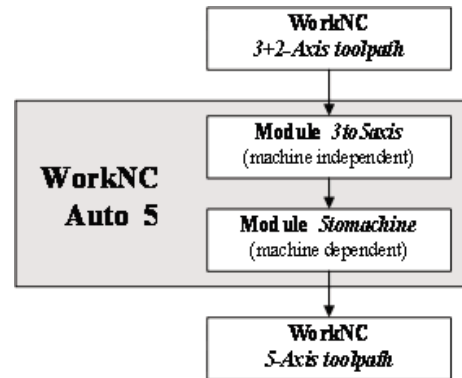


Fig.9 Le processus de conversion de Auto5

Est-il possible de convertir automatiquement un parcours 3+2 axes en un parcours 5 axes sans collision ?

La réponse est la suivante : Oui, c'est possible !

Ces dernières années, Sescoi a développé un module appelé WorkNC Auto5 qui exécute exactement cette tâche. Avec WorkNC Auto5, Sescoi présente une stratégie de parcours 5 axes entièrement automatique qui, à partir d'un parcours de finition 3+2 axes arbitraire, calcule un parcours 5 axes sans collision en prenant en compte les limites angulaires de la machine et sa cinématique. Par ailleurs, l'utilisateur peut influencer le parcours généré de différentes façons en définissant plusieurs paramètres. Le parcours final est fluide, sans collision avec le porte-outil et respecte les limites angulaires de la machine et sa cinématique. La fig.9 montre que le procédé d'usinage de WorkNC Auto5 fonctionne en deux étapes :

1. La première étape utilise le module 3to5axis pour calculer un parcours 5 axes à partir d'un parcours 3+2 axes en évitant les collisions. Si une collision ne peut pas être évitée, la position est marquée. Ce processus est indépendant de la machine.

2. La deuxième étape utilise le module 5tomachine pour reprendre les données calculées par le module 3to5axis et y ajouter la prise en compte des limites angulaires de la machine. Ce processus dépend de la machine. Toutes les positions du parcours qui ont une collision sont coupées du parcours généré. Le parcours restant est lié en douceur.

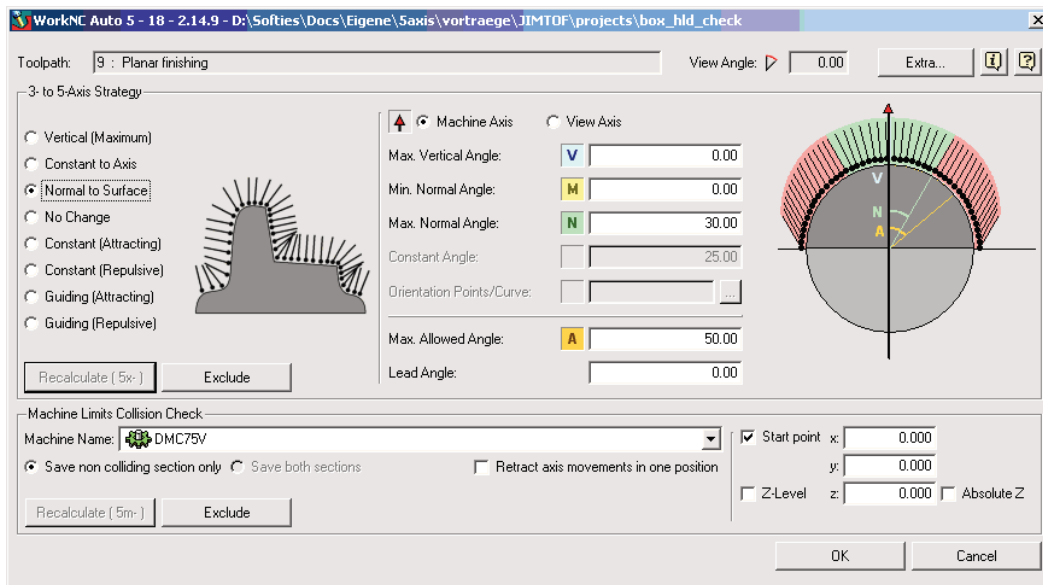


Fig. 10 L'interface utilisateur de WorkNC Auto5

La fig.10 montre l'interface graphique utilisateur d'Auto5. Le groupe d'options supérieures est lié au module 3to5axis et l'utilisateur peut y choisir l'une des stratégies disponibles. En fonction de la stratégie, plusieurs paramètres de contraintes sont possibles. Le groupe inférieur est dédié au module 5tomachine. Il permet de définir la machine et la condition de démarrage.

► 6. Prise en compte de la machine

Le module 5tomachine calcule un parcours 5 axes soit à partir de 3to5axis soit d'une stratégie 5 axes standard WorkNC (par ex. Roulant 5 axes). Après le choix d'une machine, le module calcule un parcours 5 axes sans collision. Toutes les collisions qui ne peuvent pas être évitées sont coupées et de nouveau associées en respectant les paramètres de retrait et d'approche du parcours. Certaines collisions ont été marquées dans l'image de gauche de la fig.11.

Celles-ci sont coupées et associées soit verticalement (image du milieu), soit de manière fluide (image de droite).

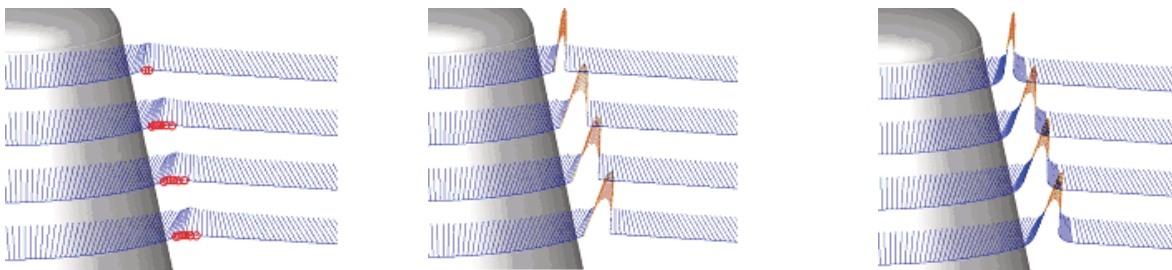


Fig.11 Les collisions détectées sont remplacées par des mouvements verticaux ou en rayons.

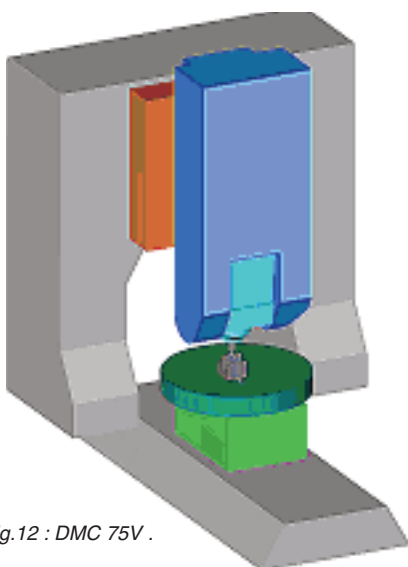


Fig.12 : DMC 75V .

En plus des points de collision, il existe plusieurs cas qui entraînent l'arrêt immédiat de la machine. Dans la mesure où de nombreuses machines sont limitées dans leurs positions angulaires (voir chapitre 2), la question est la suivante :

Est-il possible d'éviter la limitation angulaire d'une machine ?

La réponse est la suivante : Oui, c'est possible ! La machine DMC 75V (fig.12) a une limite angulaire de $[-110^\circ, 9,5^\circ]$ (voir fig.5). Il est possible de passer outre cette limite angulaire en basculant les angles correspondants. Par ex. un axe défini par l'angle $(9,5, C)$ est identique à celui défini par l'angle $(-9,5, C \pm 180^\circ)$. La fig.13 illustre la manière dont le module 5tomachine règle le problème par anticipation. Les problèmes 1 et 2 sont tous les deux causés par la limitation angulaire de $9,5^\circ$:

Problème 1 : Lorsque l'outil approche de la position 1, il regarde au loin et réalise qu'il va atteindre la limite de $9,5^\circ$. Dans la mesure où il est actuellement vertical, il peut facilement tourner l'angle C de $\pm 180^\circ$ tout en restant en contact avec la surface.

Problème 2 : Ici l'axe n'est pas vertical, il doit donc quitter la surface, tourner en position verticale, tourner l'angle C de $\pm 180^\circ$ et faire une nouvelle approche.

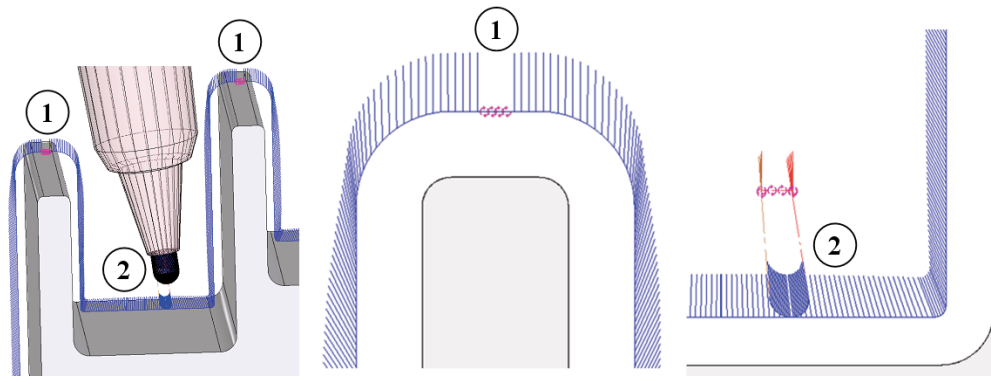


Fig. 13 L'anticipation et la résolution des limites angulaires de la machine DMC 75V.

D'autres problèmes liés à la machine peuvent être dus à la cinématique de celle-ci et à la limite en X, Y et Z. De plus, il y a plusieurs autres collisions possibles entre la machine, la pièce, l'outil, le porte-outil et la broche. Il est nécessaire de connaître à l'avance l'ensemble des limites et problèmes d'une machine, qui doivent être pris en compte au cours du calcul du parcours.

► 7. Les défis des utilisateurs FAO

Les opérateurs de FAO doivent non seulement bien connaître les options du système de FAO utilisé, mais également la cinématique spécifique de la machine 5 axes employée. Ainsi, le programmeur peut adapter sa programmation FAO aux idiosyncrasies de la machine.

En plus, le programmeur doit déterminer logiquement quand il faut utiliser une stratégie 3+2 axes ou s'il faut plutôt utiliser une stratégie 5 axes. Certaines machines peuvent être plus précises avec des stratégies 3+2 axes et cette méthode peut être utilisée lorsque la précision est un élément critique. Certaines machines ne permettent pas le recouvrement des vues d'usinage 3+2 multiples comme l'exige les caractéristiques de la pièce. Toutefois, lorsqu'un parcours 5 axes est exécuté à la place de plusieurs vues d'usinage, le recouvrement peut paraître beaucoup mieux. Ce n'est pas parce qu'on dispose d'une machine 5 axes simultanée que tous les parcours doivent être faits en 5 axes. Choisissez la combinaison de stratégies permettant d'obtenir les meilleures finitions en moins de temps possible. Les utilisateurs peuvent choisir de décomposer un parcours, laisser une partie en 3+2 axes et convertir l'autre en 5 axes.

Les performances et les limitations des différents axes de rotation d'une machine devraient également être prises en compte au moment de la création de parcours 5 axes. Certaines machines ont des mouvements d'axe C illimités, d'autres ont des limites sur leur axe C. Programmer un parcours qui doit "dérouler" l'axe C à chaque passe peut conduire à des mouvements inutiles de l'outil. Il peut être préférable d'usiner la pièce en deux moitiés distinctes lorsqu'une stratégie 5 axes est requise. Certaines machines 5 axes ont une capacité rotative de l'axe C relativement lente. Dans ce cas, il peut être prudent de créer des parcours qui limitent le nombre de rotations de l'axe C au profit de l'axe A ou B.

► 8. Exemples et études de cas

La fig 14 montre une pièce où les coins sont repris avec un outil de petit diamètre. Non seulement le mur est très incliné, mais également très haut, plus de 200 mm. Il a été usiné avec un outil de 6 mm de diamètre. Il a été nécessaire de garder l'outil le plus court possible et de faire en sorte que non seulement le porte-outil mais également la broche évitent la pièce. De grandes parties de la zone du fond, appelée "A", ont pu être usinées en configuration verticale. Si l'outil était en permanence incliné, cela voudrait dire que l'axe "C," sur cette machine spécifique, serait davantage utilisé et, toujours sur cette même machine, cela en aurait affecté les performances globales. Ici, nous avons utilisé une stratégie "verticale", qui a maintenu l'outil à la verticale, réduisant ainsi les mouvements en C. Le logiciel a retiré automatiquement l'outil par rotation là où le paramètre vertical aurait entraîné une collision.

Une fois la collision évitée avec succès, l'outil a été replacé en position verticale. Toutefois, la zone du mur, appelée "B", a été usinée avec l'axe A de la machine placée à un angle constant. En plus, une courbe directrice a été utilisée qui a contribué à limiter le nombre de rotations effectuées dans l'axe C. Résultat, vingt angles d'usinage 3+2 distincts ont été remplacés par un parcours 5 axes. Le recouvrement de tous les parcours 3+2 aurait été problématique pour le client, mais il n'a pas été un problème dans ce cas.

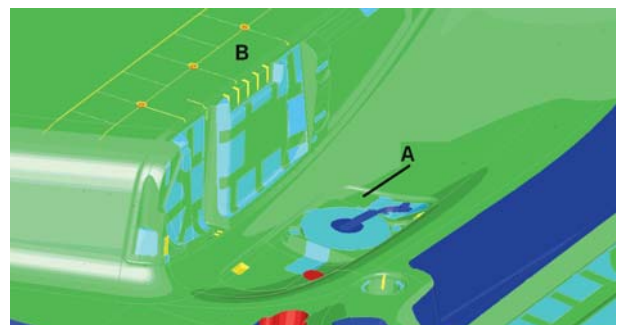


Fig. 14 Des formes différentes nécessitent des stratégies différentes. L'outil doit rester en position verticale pour le fond plat 'A' si possible et être incliné avec un angle constant dans la zone 'B'.

► 9. Conclusion

Il a été montré que l'usinage 5 axes est puissant et peut résoudre de nombreux problèmes de l'usinage 3 axes et 3+2 axes. Il est même possible de disposer d'une solution "à bouton unique". WorkNC Auto5 de Sescoi offre un module qui, à partir d'un parcours 3+2 axes, calcule automatiquement un parcours 5 axes sans collision en prenant en compte la machine. Toutefois, il est important de noter qu'un parcours 5 axes peut ne pas fonctionner de manière optimale par défaut sur toutes les machines. Bien que le système de FAO assume désormais de nombreuses responsabilités qui incombait avant à l'utilisateur, celui-ci est encore largement indispensable. Le choix de la stratégie 5 axes optimale en fonction du matériau, de la machine 5 axes, des outils et des porte-outils disponibles est nécessaire et constitue une tâche obligatoire de l'utilisateur. Les paramètres corrects influencent tout, le temps de calcul du parcours, le temps d'exécution sur la machine et la qualité de finition des surfaces.

► Références

- 1.M. Balasubramaniama, S. E. Sarma, K. Marciniak, Collision-free finishing toolpaths from visibility data, *Computer-Aided Design*, 35(4): 359-374, April 2003.
- 2.G. Elber, Free Form Surface Analysis using a Hybrid of Symbolic and Numeric Computation, Ph.D. thesis, University of Utah, Computer Science Department, 1992.
- 3..G. Elber, E. Cohen, Toolpath generation for freeform surface models, *Computer-Aided Design*, 26(6): 490-496, June 1994.
- 4..B.K. Fussell, J.G. Hemmett and R.B. Jerard, Modeling of Five-Axis End Mill Cutting Using Axially Discretized Tool Moves, *Proceedings of the 1999 NAMRC Conference*, Berkeley, CA, May 1999.
- 5..A. Hansen, F. Arbab, Fixed-axis tool positioning with built-in global interference checking for NC path generation, *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol 4, No 6 (December 1988), 610–21.
- 6..O. Ilushina, G. Elber, D. Halperin, R. Wein, M.-S. Kim, Precise global collision detection in multi-axis NC-machining, *Computer-Aided Design*, 37(9): 909-920, August 2005.
- 7..B. Lauwers, P. Dejonghe, and J. P. Kruth. Optimal and collision free tool posture in 5-axis machining through the tight integration of tool path generation and machine simulation. *Computer-Aided Design*, 35(5):421–432, April 2003.
- 8..Y.-S. Lee, T.-C. Chang. 2-Phase approach to global tool interference avoidance in 5-axis machining. *Computer-Aided Design*, 27(10):715–729, October 1995.
- 9..D. Roth, S. Bedi, F. Ismail, S. Mann, Surface swept by a toroidal cutter during 5-axis machining, *Computer-Aided Design*, 33(1):57-63, January 2001.
- 10..G.B. Vickers, K.W. Guan, Ball-Mills Versus End-Mills for Curved Surface Machining, *ASME Journal of Engineering for Industry*, 1989, Vol. 111, 22-26.
- 11..R. Wein, O. Ilushin, G. Elber, D. Halperin, Continuous Path Verification in Multi-Axis NCMachining, *Proceedings of the twentieth annual symposium on Computational geometry*, ACM Press, New York, NY (2004), 86 - 95.
- 12..K. Weinert, A. Zabel, H. Müller, P. Kersting, Optimizing of NC Tool Paths for Five-Axis Milling using Evolutionary Algorithms on Wavelets, *Proceedings of the 8th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, Sea